

## برآورد ارتفاع درختان راش و ممرز با استفاده از مدل‌های غیرخطی با اثرهای آمیخته (Mixed-effects model)

ندا مسعودی<sup>۱</sup>، جهانگیر محمدی<sup>۲\*</sup>

۱. کارشناسی ارشد مدیریت جنگل، دانشکده علوم جنگل، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان، گرگان، ایران  
۲. استادیار گروه جنگلداری، دانشکده علوم جنگل، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان، گرگان، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۴/۲۳، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۶/۰۹

### چکیده

هدف این تحقیق ارزیابی مدل‌های غیرخطی با اثرهای آمیخته در برآورد ارتفاع درختان راش (*Fagus Orientalis* Lipsky) و ممرز (*Carpinus betulus* L.) و مقایسه آن با مدل‌های غیرخطی در توده‌های ناهمسال آمیخته در سری یک و دو جنگل شصت کلاته گرگان است. در این تحقیق ۳۰۸ قطعه نمونه دایره‌شکل به مساحت ۱۰ آر پیاده و مشخصه‌های نوع گونه، قطر برابرسینه و ارتفاع درختان اندازه‌گیری و ثبت شد. ابتدا با استفاده از ۲۰ مدل غیرخطی قطر-ارتفاع ارتباط بین ارتفاع و قطر برابرسینه بررسی شد و سپس با در نظر گرفتن مشخصه‌های ارتفاع غالب، قطر سطح مقطع متوسط، سطح مقطع در هکتار، سطح مقطع درختان بزرگ‌تر از درخت مورد نظر، تعداد درختان در هکتار و حجم در هکتار با استفاده از مدل‌های غیرخطی با اثرهای آمیخته ارتفاع درختان برآورد شد. نتایج برازش مدل‌های غیرخطی نشان داد که برای گونه راش مدل‌های کورتیس و ناسلند دارای بیشترین ضریب تبیین ۰/۷۶ و کمترین جذر میانگین مربعات خطا ۳/۳۵ و ۳/۴۰ بودند. برای گونه ممرز نیز مدل‌های ناسلند و میچایلف با ضریب تبیین ۰/۴۰ و جذر میانگین مربعات خطای ۲/۹۵ و ۲/۹۰ بهترین مدل‌ها انتخاب شدند. نتایج برازش مدل‌های غیرخطی با اثرهای آمیخته نشان داد که در مقایسه با مدل‌های غیرخطی، میزان ضریب تبیین برای گونه‌های راش و ممرز به ترتیب ۱۰ و ۳۰ درصد افزایش یافت و میزان جذر میانگین مربعات خطا نیز برای راش به ۲/۷۰ متر برای هر دو مدل و برای ممرز به ترتیب ۲/۳۲ و ۲/۳۰ متر به دست آمد.

واژه‌های کلیدی: راش، شصت کلاته، مدل‌های قطر-ارتفاع، ممرز، میچایلف، ناسلند.

### مقدمه

جنگل‌ها از مهم‌ترین اکوسیستم‌های زمینی هستند که با وسعت ۴/۰۶ میلیارد هکتار یا در حدود ۳۰/۶ درصد از کل مساحت زمین، تأثیر اساسی و مهمی در چرخه و جذب کربن و ذخیره آن به صورت زی توده و کاهش تغییرات اقلیم جهانی دارند [۱]؛ بنابراین مدیریت پایدار و برنامه‌ریزی

صحیح منابع جنگلی به اطلاعات دقیق و باکیفیت از وضعیت حال و آینده جنگل نیازمند است. یکی از این بوم‌سازگان‌های حیاتی، جنگل‌های هیرکانی است که با منابع مهم تنوع ژنتیکی و تنوع زیستی زیاد و خدمات مختلف سهم چشمگیری در موجودی حجمی، ذخیره کربن و زی توده دارد [۲]. راش (*Fagus Orientalis* Lipsky) و ممرز (*Carpinus betulus* L.) دو گونه بارز جنگل‌های خزری هستند. راش در حدود ۳۰ درصد از حجم و ۲۳/۶

\* نویسنده مسئول، تلفن: ۰۹۳۶۵۰۵۱۶۲۹

Email: mohamadi.jahangir@gau.ac.ir

قطر - ارتفاع در رویشگاه‌های مختلف به دلیل تفاوت شرایط اقلیمی و توپوگرافی برای گونه‌های مختلف، متفاوت‌اند و حتی در توده‌های همسال و خالص نیز در همه موقعیت‌ها یکسان نیستند [۶، ۷]. در توده‌های ناهمسال و نامنظم، درختان از نظر گونه، سن، اندازه، تاج، کیفیت رویشگاه، تراکم و ساختار توده و موقعیت نسبی درختان در توده متفاوت است و اجرای شیوه تک‌گزینی و تغییرات پویایی توده نیز سبب ایجاد تغییرات می‌شود؛ بنابراین روابط قطر - ارتفاع در این توده‌ها همیشه ثابت نیست. افزون‌بر این، رابطه قطر - ارتفاع نیز با گذشت زمان در همان توده نیز متفاوت است [۷]. با توجه به اینکه کمترین اشتباه در محاسبه ارتفاع سبب افزایش خطا در برآورد مشخصه‌هایی مانند حجم و زی توده می‌شود، باید از مدل‌هایی که با افزودن متغیرهای دیگر مانند ارتفاع غالب، قطر سطح مقطع متوسط، تعداد درختان در هکتار، حجم در هکتار، سطح مقطع در هکتار و سطح مقطع درختان بزرگ‌تر از درخت مورد نظر متأثر از شرایط اقلیمی و توپوگرافی رویشگاه هستند برای افزایش دقت برآورد ارتفاع استفاده کرد. مدل‌های غیرخطی با اثرهای آمیخته ابزار مناسبی برای افزایش این سطح از دقت رابطه قطر - ارتفاع هستند. مدل‌های غیرخطی اثرهای آمیخته افزون‌بر در نظر گرفتن همزمان مؤلفه‌های ثابت (ویژگی‌های مشترک در کل جمعیت) و تصادفی (ویژگی‌های مشترک در هر قطعه نمونه) برای مدل، اجازه تغییرپذیری در موقعیت‌ها و زمان‌های مختلف بعد از مشخص کردن ساختار ثابت معمول تابع را می‌دهند [۸]. در این روش هر دو متغیر درون و بین قطعه نمونه مورد نظر محاسبه می‌شوند. در واقع مدل‌های غیرخطی با اثرهای آمیخته امکان گنجاندن همه انواع تغییرپذیری را در مدل فراهم می‌کنند و دقت پیش‌بینی را افزایش می‌دهند [۹]. اثرهای آمیخته ممکن است خطی (اگر مدل مبنا خطی باشد) یا غیرخطی (اگر مدل مبنا غیرخطی باشد) باشند [۸]. در بسیاری از پژوهش‌هایی که از مدل‌های غیرخطی اثرهای آمیخته برای توصیف رابطه قطر -

درصد تعداد و ممرز ۳۰/۵ درصد از حجم و ۳۰ درصد تعداد جنگل‌های خزری را شامل می‌شوند. این دو گونه از نظر زیست‌محیطی و تجاری از مهم‌ترین گونه‌های جنگلی خزری هستند و به‌صورت آمیخته و با ساختاری دو آشکوبه دیده می‌شوند [۳]. اطلاعات دقیق و به‌روز برای اهداف متعددی مانند مدیریت جنگل، حفظ تنوع زیستی و ژنتیکی و به‌ویژه برآورد زی توده، ذخیره کربن و تأثیرات آنها بر تغییرات اقلیمی و عوامل طبیعی مختلف مورد نیاز است. این اطلاعات از آماربرداری یا نمونه‌برداری در جنگل و در پی آن برآورد حجم درختان با اندازه‌گیری متغیرهای ارتفاع کل و قطر برابرسینه به‌عنوان مشخصه‌های اساسی و اولیه در آماربرداری جنگل به‌دست می‌آید و امروزه در فعالیت‌های رایج مدیریتی کاربرد دارند [۴]. این متغیرها از اصلی‌ترین و مهم‌ترین متغیرها برای بررسی ساختار جنگل هستند. حاصلخیزی رویشگاه و پویایی توده، محاسبه ضریب شکل و قدکشیدگی، تعیین حجم و زی توده، ذخیره کربن، مدل‌سازی‌های رویش و محصول و دیگر اهداف تحقیقاتی نیازمند اطلاعات دقیق ارتفاع درخت، در سطح تک‌درخت، توده یا قطعه نمونه است [۵]. اندازه‌گیری ارتفاع درختان نسبت به قطر برابرسینه به دلیل نیاز به زمان بیشتر برای اندازه‌گیری، احتمال خطای مشاهداتی و موانع موجود برای دید رفتن به بن و نوک درختان، مشکل‌تر، زمان‌برتر و پرهزینه‌تر است. با توجه به رابطه قوی و تنگاتنگ قطر برابرسینه و ارتفاع درختان، برای پیش‌بینی دقیق ارتفاع درختان دیگر، باید از مدل‌های قطر - ارتفاع دقیق استفاده شود. با توجه به رویکرد جدید مدیریت جنگل‌های هیرکانی در سال‌های اخیر براساس اهداف جنگلداری چندمنظوره، مدیران برای ارزیابی پیش‌بینی مدل‌های رویش و حجم، زی توده، ذخیره کربن و دیگر روابط آلومتریک در زمینه مدیریت پایدار این منابع به روابط قطر - ارتفاع دقیق نیاز دارند؛ بنابراین دقت این مدل‌ها برای محاسبه و پیش‌بینی هرچه دقیق‌تر ارتفاع، بسیار مهم و ضروری است. مدل‌های

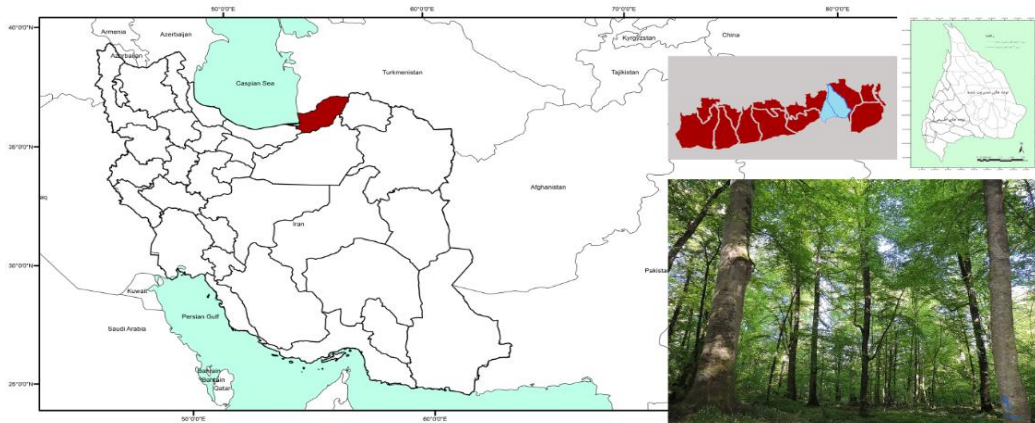
غیرخطی رگرسیونی در جنگل‌های ناهمسال آمیخته پهن‌برگ در سری یک و دو جنگل شصت کلاته گرگان است.

## مواد و روش‌ها

### منطقه پژوهش

این پژوهش در سری‌های یک و دو طرح جنگلداری شصت کلاته در حوضه آبخیز ۸۵ اداره کل منابع طبیعی استان گلستان در جنوب شرقی شهر گرگان با طول جغرافیایی  $24^{\circ} 24'$  تا  $54^{\circ} 25'$  شرقی و عرض جغرافیایی  $38^{\circ} 36'$  تا  $42^{\circ} 36'$  شمالی انجام گرفت (شکل ۱). این دامنه‌ها دارای جهت عمومی شمال غربی هستند و در محدوده ارتفاعی ۲۲۰ تا ۱۲۰۰ متر از سطح دریا واقع شده‌اند. مساحت کل سری یک (توده مدیریت شده) و سری دو (توده طبیعی) به ترتیب ۱۷۱۴ و ۱۹۹۲ هکتار است. جنگل آموزشی دکتر بهرام‌نیا براساس اطلاعات ده‌ساله ایستگاه کلیماتولوژی هاشم‌آباد در فاصله پنج کیلومتری شمال منطقه طرح، از نظر طبقه‌بندی اقلیمی آمبرژه اقلیم مرطوب معتدل دارد. مقدار بارندگی متوسط سالانه ۶۴۹ میلی‌متر است که بین ۵۲۸ تا ۸۱۷ میلی‌متر متغیر است [۱۷].

ارتفاع استفاده کرده‌اند، مشخصه‌های تراکم توده، سطح مقطع، قطر سطح مقطع متوسط و ارتفاع غالب، به‌عنوان متغیرهای سطح توده در نظر گرفته شد [۱۰، ۱۱]. پژوهش‌های مختلف دیگری نیز [۱۲، ۱۳] از مدل‌های با اثرهای آمیخته و اثرهای آمیخته تعمیم‌یافته استفاده کرده‌اند که اغلب این پژوهش‌ها برای توده‌های همسال یا جنگلکاری‌ها و کمتر برای توده‌های ناهمسال و آمیخته بوده است. پژوهش‌های کمی در زمینه مدل‌سازی اثرهای آمیخته برای توده‌های جنگلی ایران انجام گرفته است [۱۴، ۱۵]. بررسی منابع موجود نیز در رابطه با مدل‌های مختلف رگرسیونی غیرخطی قطر - ارتفاع نشان می‌دهد که نتایج با توجه به مناطق تحت مطالعه و توده‌های جنگلی مورد بررسی متفاوت بوده است [۱۶]. مدل‌های غیرخطی با اثرهای آمیخته ابزاری مهم برای اهداف مدیریتی در جنگل‌های پهن‌برگ، ناهمسال و نامنظم هیرکانی به‌منظور ارزیابی صحیح و دقیق موجودی حجمی و زی توده هستند؛ بنابراین هدف اصلی پژوهش پیش رو، برآورد ارتفاع دو گونه مهم جنگل‌های هیرکانی راش و ممرز با استفاده از مدل‌های غیرخطی با اثرهای آمیخته و مقایسه آن با مدل‌های



شکل ۱. موقعیت منطقه پژوهش در ایران و استان گلستان

و سپس مدل‌های غیرخطی با اثرهای آمیخته است، دسترسی به اطلاعات قطر - ارتفاع، برای برآورد ارتفاع درختان به‌عنوان مجموعه داده‌های آموزش و مجموعه داده‌های آزمون

## روش پژوهش

با توجه به اینکه هدف اصلی این تحقیق، بررسی رابطه قطر - ارتفاع گونه‌های راش و ممرز با استفاده از مدل‌های غیرخطی

بررسی اولیه آماره‌های توصیفی و نرمال بودن داده‌ها با استفاده از آزمون کولموگروف-اسمیرنوف بررسی شد. از ۳۴۹ پایه راش و ۲۲۰۸ پایه ممرز اندازه‌گیری شده، ۷۵ درصد در فرایند مدل‌سازی و ۲۵ درصد برای ارزیابی استفاده شدند [۱۸]. ابتدا با استفاده از مدل‌های غیرخطی رگرسیونی ارتباط بین ارتفاع به‌عنوان متغیر وابسته و قطر به‌عنوان متغیر مستقل بررسی و با اعتبارسنجی آنها بهترین مدل‌ها برای برآورد ارتفاع انتخاب شد. براساس سوابق تحقیق، بیست مدل از بهترین مدل‌های رگرسیونی غیرخطی قطر-ارتفاع برای بررسی رابطه قطر-ارتفاع انتخاب شد (جدول ۱). همه تجزیه و تحلیل‌های آماری با استفاده از نرم‌افزار R انجام گرفت.

ضرورت داشت. نمونه‌برداری به روش منظم با شروع تصادفی با شبکه ۲۰۰×۱۵۰ متر و قطعات نمونه دایره‌شکل به مساحت ۱۰ آر انجام گرفت، به طوری که ۳۰۸ قطعه نمونه در منطقه تحقیق پیاده شد. در همه قطعات نمونه، مشخصه نوع گونه، قطر برابر سینه و ارتفاع همه درختان راش و ممرز با قطر برابر سینه بیشتر از ۱۲ سانتی‌متر اندازه‌گیری و ارتفاع غالب، قطر سطح مقطع متوسط، تعداد درختان در هکتار، حجم در هکتار، سطح مقطع در هکتار و سطح مقطع درختان بزرگ‌تر از درخت مورد نظر محاسبه شد و به‌عنوان دیگر متغیرهای سطح قطعه نمونه به مدل‌های غیرخطی اثرهای آمیخته برای دو گونه مورد نظر اضافه شد.

### روش تحلیل

تجزیه و تحلیل داده‌های کمی قطر و ارتفاع از طریق

جدول ۱. مدل‌های قطر-ارتفاع رگرسیونی استفاده شده در این تحقیق

شماره مدل	اسم مدل	مدل	شماره مدل	اسم مدل	مدل
۱	Naslund	$H = 1.30 + \frac{DBH^2}{(\beta_0 + \beta_1 DBH)^2}$	۲	Curtis	$H = 1.30 + \beta_0 \left( \frac{DBH}{1 + DBH} \right)^{\beta_1}$
۳	Michailoff	$H = 1.30 + \beta_0 e^{-\beta_1 DBH^{-1}}$	۴	Meyer	$H = 1.30 + \beta_0 (1 - e^{-\beta_1 DBH})$
۵	Power	$H = 1.30 + \beta_0 DBH^{\beta_1}$	۶	Naslund2	$H = 1.30 + \frac{DBH^2}{(\beta_0 + e^{\beta_1 DBH})^2}$
۷	Naslund3	$H = 1.30 + \frac{DBH^2}{(e^{\beta_0} + \beta_1 DBH)^2}$	۸	Naslund4	$H = 1.30 + \frac{DBH^2}{(e^{\beta_0} + e^{\beta_1 DBH})^2}$
۹	Michaelis-Menten	$H = 1.30 + \frac{\beta_0 DBH}{\beta_1 + DBH}$	۱۰	Michaelis-Menten2	$H = 1.30 + \frac{DBH}{\beta_0 + \beta_1 \times DBH}$
۱۱	Wykoff	$H = 1.30 + \exp\left(\beta_0 + \frac{\beta_1}{DBH + 1}\right)$	۱۲	Prodan	$H = 1.30 + \frac{DBH^2}{\beta_0 + \beta_1 DBH + \beta_2 2DBH^2}$
۱۳	Logistic	$H = 1.30 + \frac{\beta_0}{1 + \beta_1 e^{-\beta_2 DBH}}$	۱۴	Chapman-Richards	$H = 1.30 + \beta_0 (1 - e^{-\beta_1 DBH})^{\beta_2}$
۱۵	Weibull	$H = 1.30 + \beta_0 (1 - e^{-\beta_1 DBH^{\beta_2}})$	۱۶	Gomperz	$H = 1.30 + \beta_0 \exp(-\beta_1 \exp(-\beta_2 DBH))$
۱۷	Sibesens	$H = 1.30 + \beta_0 DBH^{\beta_1 DBH^{-\beta_2}}$	۱۸	Korf	$H = 1.30 + \beta_0 \exp(-\beta_1 DBH^{-\beta_2})$
۱۹	Ratkowsky	$H = 1.30 + \beta_0 \exp\left(\frac{-\beta_1}{DBH + \beta_2}\right)$	۲۰	Hossfeld IV	$H = 1.30 + \frac{\beta_0}{1 + \frac{1}{\beta_1 DBH^{\beta_2}}}$

DBH قطر برابر سینه برحسب سانتی‌متر، H ارتفاع کل درختان برحسب متر و  $\beta_0, \beta_1, \beta_2$  ضرایب مدل

برای اثرهای ثابت تصادفی در هر قطعه نمونه یا هر رویشگاه هستند. عناصر این ماتریس‌ها به‌طور معمول ۰ و ۱ یا مقدار کوواریانس‌های مرتبط با اثرهای ثابت و تصادفی هستند.  $R_i(\beta, b_i, \rho)$  و  $\Psi$  به ترتیب ماتریس کوواریانس برای مشاهدات تکراری  $(n_i \times n_i)$  و اثرهای تصادفی  $(q \times q)$  در قطعه نمونه  $i$  است و  $\varepsilon_i = (\varepsilon_{i1}, \varepsilon_{i2}, \dots, \varepsilon_{in_i})^T$  در قطعه نمونه  $i$  است [۱۱]. امکان استفاده از این بردارها بسته به نوع رویشگاه و درختان موجود در آن رویشگاه، استفاده از متغیرهای تصادفی سطح قطعه نمونه را ممکن می‌سازد. این متغیرها به‌صورت غیرخطی وارد مدل می‌شوند و آنها را به نوعی مدل غیرخطی با اثرهای آمیخته چندسطحی تبدیل می‌کنند.

هنگامی که یک متغیر تصادفی مانند قطر برابرسینه درخت به مدل اضافه شود، رابطه ۲ برابر می‌شود با رابطه ۵:

$$\beta_{0ij} = \beta_0 + b_i, \quad b_i \sim N(0, D) \quad (5)$$

در این تحقیق مشخصه‌های ارتفاع غالب ( $DH(m)$ )، سطح مقطع در هکتار ( $BA(m^2 \cdot ha^{-1})$ )، سطح مقطع درختان بزرگ‌تر از درخت مورد نظر ( $BAL$ )، حجم در هکتار ( $Vh(m^2 \cdot ha^{-1})$ )، قطر سطح مقطع متوسط ( $QM(cm)$ ) و تعداد درختان در هکتار ( $Nh(N \cdot ha^{-1})$ ) در هر قطعه نمونه با عنوان متغیرهای تصادفی در قطعات نمونه در مدل‌های غیرخطی مذکور گنجانده شده و به‌عنوان مدل با اثرهای آمیخته در نظر گرفته شدند (رابطه ۶) (جدول ۲).

$$\begin{aligned} \beta_{0ij} = & \beta_{00} + \beta_{01}DH_{ij} + \beta_{02}BA_{ij} \\ & + \beta_{03}BAL_{ij} + \beta_{04}Vh_{ij} + \beta_{05}QM_{ij} \\ & + \beta_{06}Nh_{ij} + b_i, \quad b_i \sim N(0, D) \end{aligned} \quad (6)$$

فرمول عمومی مدل‌های غیرخطی با اثرهای آمیخته به‌صورت زیر است (رابطه‌های ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵).

$$\begin{aligned} H_{ij} = & f(\beta_{ij}, DBH_{ij}) + \varepsilon_{ij}, \quad i = 1, \dots, M \\ j = & 1, \dots, n_i, \quad \varepsilon_{ij} \sim N[0, R_i(\beta, b_i, \rho)] \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن  $H_{ij}$  برابر با  $j$  امین مشاهده (ارتفاع درخت) در پلات  $i$ ،  $DBH_{ij}$  اندازه قطر برابرسینه درخت در قطعه نمونه  $i$ ، تابع غیرخطی و  $\beta_{ij}$  بردار پارامترهای مدل در قطعه نمونه  $i$  است که می‌توان آن را به مؤلفه‌های ثابت و تصادفی تقسیم کرد.  $M$ ، تعداد قطعات نمونه و  $n_i$ ، تعداد مشاهدات در  $i$  امین قطعه نمونه است. مؤلفه ثابت برای جمعیت مشترک و مؤلفه تصادفی در قطعات نمونه مختلف متفاوت است. بنابراین؛  $k$  امین عنصر پارامتر در بردار  $\beta_{ij}$  به‌عنوان یک تابع خطی ثابت و خطی با اثرهای تصادفی طبق معادله زیر مدل‌سازی می‌شود (رابطه ۲).

$$\begin{aligned} \beta_{ijk} = & (X'_{ijk} \beta_k + Z'_{ijk} b_{ik}), \\ k = & 0, \dots, p-1, \quad b_{ik} \sim N(0, \psi_k) \end{aligned} \quad (2)$$

به‌صورت ماتریس، معادله‌های ۱ و ۲ را می‌توان به‌صورت زیر نوشت (رابطه ۳):

$$\beta_i = (X_i \beta + Z_i b_i), \quad b_i \sim N(0, \psi) \quad (3)$$

این دو معادله را می‌توان ترکیب کرد (رابطه ۴):

$$H_{ij} = f(X_i, \beta, Z_i, b_i) + \varepsilon_{ij} \quad (4)$$

تفاوت بردارهای پارامتر در قطعات نمونه مختلف یکی از ویژگی‌های اصلی مدل‌های اثرهای آمیخته است؛ بنابراین  $\beta$  بردار  $p \times 1$  از پارامترهای ثابت جمعیت که به نوع رویشگاه بستگی ندارد ( $p$ ): تعداد پارامترهای ثابت (مدل).  $b_i$  بردار  $q \times 1$  اثرهای تصادفی در قطعه نمونه  $i$  ( $q$ ): تعداد مشخصه‌های تصادفی (مدل) و  $Z_i$  و  $X_i$  به ترتیب ماتریس‌های  $p \times r$  و  $q \times r$  ( $r$ : کل مشخصه‌های مدل)

جدول ۲. مدل‌های غیرخطی با اثرهای آمیخته انتخاب‌شده، برای گونه‌های راش و ممرز

گونه	مدل غیرخطی با اثرهای آمیخته
راش	$H = 1.30 + \beta_0 \left( \frac{DBH}{1 + DBH} \right)^{\beta_1}$ $\beta_0 = a_0 + a_1 \times BAL + a_2 \times BA + a_3 \times HD + a_4 \times Th + a_5 \times Vh + a_6 \times QM + a_7 \times Nh$
	$H = 1.30 + \frac{DBH^2}{(e^{\beta_0} + e^{\beta_1} DBH)^2}$ $\beta_0 = a_0 + a_1 \times BAL + a_2 \times BA + a_3 \times HD + a_4 \times Th + a_5 \times Vh + a_6 \times QM + a_7 \times Nh$
ممرز	$H = 1.30 + \frac{DBH^2}{(\beta_0 + \beta_1 DBH)^2}$ $\beta_0 = a_0 + a_1 \times BAL + a_2 \times BA + a_3 \times HD + a_4 \times Th + a_5 \times Vh + a_6 \times QM + a_7 \times Nh$ $H = 1.30 + \beta_0 e^{-\beta_1 DBH^{-1}}$ $\beta_0 = a_0 + a_1 \times BAL + a_2 \times BA + a_3 \times HD + a_4 \times Th + a_5 \times Vh + a_6 \times QM + a_7 \times Nh$

$$\bar{D}\% = \bar{D} \hat{y}_i \times 100 \quad (10)$$

n تعداد نمونه‌های ارزیابی،  $\hat{y}_i$  مقدار تخمین زده‌شده،  $y_i$  مقدار مشاهده‌شده و  $\bar{y}$  میانگین مقادیر مشاهده‌شده بود.

### نتایج و بحث

میانگین، کمینه و بیشینه ارتفاع گونه راش به ترتیب ۲۴/۶، ۹/۸ و ۳۸ متر و میانگین، کمینه و بیشینه ارتفاع گونه ممرز نیز به ترتیب ۲۳/۳۷، ۸/۵ و ۳۸/۹ متر بود (جدول ۳). بررسی توزیع داده‌ها نشان داد که مشخصه‌های قطر و ارتفاع از توزیع نرمال ( $p\text{-value} > 0.05$ ) پیروی می‌کنند.

با در اختیار داشتن مقادیر تخمینی ( $\hat{y}_i$ ) و مقادیر حقیقی ( $y_i$ ) با استفاده از معیارهای آماری ضریب تبیین ( $R^2$ ) جذر میانگین مربعات خطای نسبی (RMSE) و درصد میانگین تفاوت‌ها ( $\bar{D}$ ) اعتبار مدل‌های آماری ارزیابی شد [۶] (رابطه‌های ۷ تا ۱۰).

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2}{n}} \quad (7)$$

$$RMSE\% = RMSE / \hat{y}_i \times 100 \quad (8)$$

$$\bar{D} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)}{n} \quad (9)$$

جدول ۳. آماره توصیفی مشخصه‌های تحت بررسی درختان راش و ممرز

متغیرها	قطر برابر سینه (cm)	ارتفاع (m)	تعداد درختان در هکتار	قطر سطح مقطع متوسط (cm)	ارتفاع غالب (m)	سطح مقطع درختان بزرگ‌تر از درخت مورد نظر (m <sup>2</sup> /ha)	سطح مقطع (m <sup>2</sup> /ha)	حجم در هکتار (m <sup>3</sup> /ha)
<b>راش</b>								
میانگین	۴۵/۹۵	۲۴/۶	۱۸۸	۲۴/۶۷	۲۴/۹۵	۱/۸۰	۱۲/۰۳	۱۷۳/۲۱
حداکثر	۱۳۰	۳۸	۳۴۰	۱۱۰	۳۴/۵	۴/۸۹	۴۳/۲۹	۶۴۲/۱۱
حداقل	۱۲	۹/۸	۷۰	۷/۸۷	۱۲/۶	۰/۰۰	۰/۱۲	۰/۷۷
انحراف از معیار	۲۵/۸۵	۶/۷	۶۲/۷۱	۱۵/۱۰	۴/۳۱	۰/۶۰	۸/۸۵	۱۴۱/۰۳
<b>ممرز</b>								
میانگین	۳۹/۵۹	۲۳/۳۷	۱۴۸/۳۶	۲۰/۱۵	۲۵/۱۵	۱/۶۰	۱۵/۶۷	۱۹۲/۹۱
حداکثر	۱۳۰	۳۸/۹	۴۷۰	۱۳/۶۹	۴۷	۵/۳۳	۳۲/۲۷	۴۰۶/۵۳
حداقل	۱۲	۸/۵	۱۰	۱/۶۳	۷/۳۲	۰/۰۰	۰/۱۷	۱/۱۶
انحراف از معیار	۲۰/۹۸	۴/۲۶	۱۱۰/۱۴	۵۸/۵۴	۴/۲۳	۰/۹۷	۶/۹۰	۸۸/۷۰

مربعات خطا به ترتیب ۲/۹۵ و ۲/۹۰ متر به عنوان بهترین مدل غیرخطی رگرسیونی انتخاب شدند (جدول ۴). البته شایان ذکر است که نتایج مدل‌ها، تفاوت زیادی در معیارهای ضریب تبیین و جذر میانگین مربعات خطا نداشتند. همچنین نتایج نشان داد که هر دو مدل خطی مقادیر ارتفاع را کمتر از مقدار واقعی برآورد کردند. جذر میانگین مربعات حاصل شده برای گونه ممرز (حدود ۲/۹۰ متر) در مقایسه با پژوهش‌های محمدی و شتابی [۱۸] (۳ متر)، عالمی و همکاران [۴] (۲/۵ متر) و عابدی و عابدی [۱۶] (۲/۵ متر) نیز تفاوت زیادی با تحقیق حاضر نداشت. عواملی مانند نوع توده (پهن‌برگ یا سوزنی‌برگ)، ناهمسال یا همسال بودن، منظم یا نامنظم بودن، نوع مدل مورد استفاده و شیوه‌های مختلف مدیریتی از دلایل این تفاوت‌هاست.

نتایج برازش مدل‌های رگرسیونی غیرخطی نشان داد که برای گونه راش، مدل رگرسیونی غیرخطی کورتیس و ناسلند ۴ با ضریب تبیین ۰/۷۶ برای هر دو مدل، جذر میانگین مربعات خطا به ترتیب ۳/۳۵ و ۳/۴۰ متر دارای بهترین برازش بودند (جدول ۴). همچنین نتایج نشان داد که مدل خطی کورتیس مقادیر ارتفاع را بیشتر از مقدار واقعی و مدل ناسلند ۴ مقادیر ارتفاع را کمتر از مقدار واقعی برآورد کردند. جذر میانگین مربعات حاصل شده در این تحقیق برای گونه راش (حدود ۳/۴ متر) در مقایسه با پژوهش‌های احمدی و همکاران [۱۴] (۳/۵ متر) و کلبی و همکاران [۱۵] (۳/۷) تفاوت چندانی نداشت. نتایج برازش مدل‌های رگرسیونی غیرخطی برای گونه ممرز نشان داد که مدل‌های ناسلند و میچایلف با ضریب تبیین ۰/۴۰ برای هر دو مدل و جذر میانگین

جدول ۴. ضرایب و اعتبارسنجی مجموعه مدل‌های رگرسیونی غیرخطی ( $p\text{-value} > 0.05$ )

اعتبارسنجی مدل‌ها	ضرایب مدل‌ها						
	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$R^2$	RMSE	$\bar{D}\%$	
راش	مدل ۲	۳۵/۱۹	۱۳/۱۵	-	۰/۷۶	۳/۳۵	۱/۷۶
	مدل ۸	۰/۲۳	-۱/۷۵	-	۰/۷۶	۳/۴۰	۳/۹۵
ممرز	مدل ۱	۰/۹۵	۰/۱۸	-	۰/۴۰	۲/۹۵	۰/۶۳
	مدل ۳	۲۸/۹۷	۸/۹۰	-	۰/۴۰	۲/۹۰	۲/۲۶

۱۰ درصد برای گونه راش و نیز در حدود ۳۰ درصد برای گونه ممرز افزایش و میزان خطا در حدود ۱ متر برای هر دو گونه بهبود یافت. مطابق یافته‌های آدم و همکاران [۱۰]، کاستانو و همکاران [۵]، تمسگن و همکاران [۱۲] و شارما و همکاران [۱۹]، مقادیر جذر مربعات خطا در حدود ۱ متر کاهش یافت. در تحقیق مهتاتالو و همکاران [۸] نیز مدل‌های کورتیس و ناسلند به عنوان مدل‌های غیرخطی با اثرهای آمیخته، ارتفاع ۲۸ مجموعه داده در اروپا، آسیا و آمریکا را برآورد کردند. در این پژوهش‌ها، گنجاندن متغیرهای تصادفی به‌ویژه ارتفاع غالب و سطح مقطع نسبت به دیگر متغیرهای تصادفی دارای خطای کمتری بود.

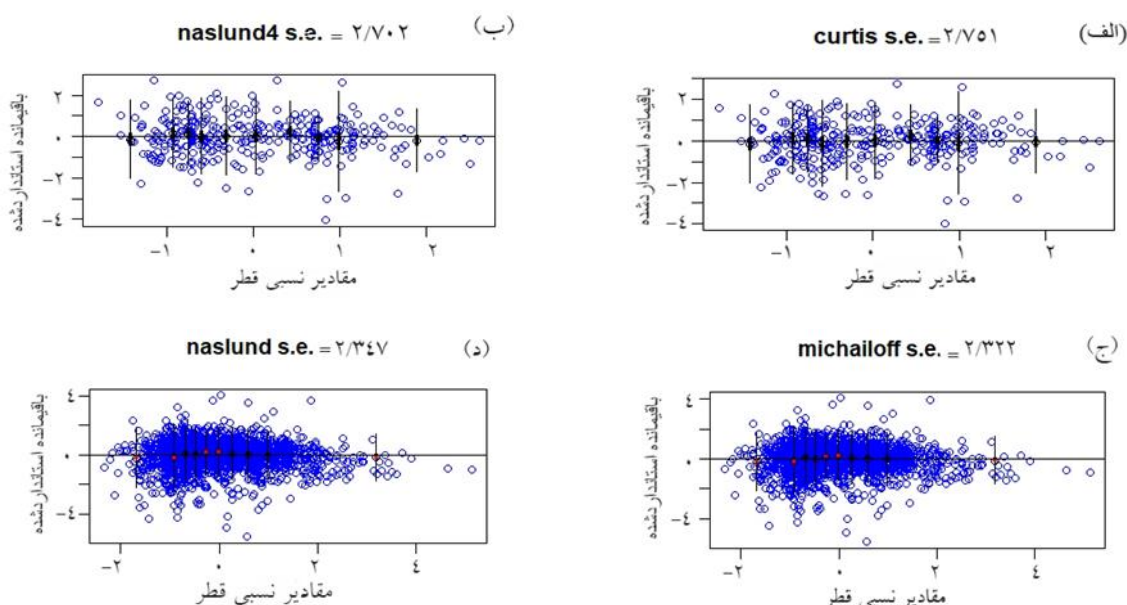
نتایج برازش مدل‌های غیرخطی اثرهای آمیخته برای گونه راش نشان داد که مدل‌های کورتیس و ناسلند ۴ با ضریب تبیین ۰/۸۳ و جذر میانگین مربعات خطا ۲/۷۰ متر برای هر دو مدل، ارتفاع درختان راش را برآورد کردند. مدل‌های ناسلند و میچایلف با ضریب تبیین ۰/۷۰ برای هر دو مدل، جذر میانگین مربعات خطا به ترتیب ۲/۳۲ و ۲/۳۰ متر ارتفاع درختان ممرز را برآورد کردند (جدول ۵). با اضافه کردن مشخصه‌های ارتفاع غالب، سطح مقطع در هکتار، سطح مقطع درختان بزرگ‌تر از درخت مورد نظر، حجم در هکتار، قطر سطح مقطع متوسط و تعداد درختان در هکتار با عنوان متغیرهای تصادفی در مدل‌های غیرخطی با اثرهای آمیخته میزان ضریب تبیین در حدود

۲ ب). برای گونه ممرز نیز باقی مانده‌ها روندی ندارند و در دو طرف صفر تقریباً برابرند. برای این گونه، مدل میچایلوف دارای کمترین اشتباه معیار یا باقی مانده بود (شکل ۲ ج).

نتایج آنالیز باقی مانده‌ها در برابر مقادیر نسبی قطر برابر سینه درختان راش نشان داد که باقی مانده‌ها هیچ روندی ندارند و در دو طرف صفر، تقریباً برابرند. مدل ناسلند ۴ دارای کمترین اشتباه معیار باقی مانده است (شکل

جدول ۵. برازش مدل‌های اثرهای آمیخته غیرخطی و ضرایب اثرهای تصادفی و ثابت

$\bar{D}\%$	RMSE	$R^2$	ضرایب تصادفی		ضرایب ثابت		مدل اثرهای آمیخته	
			$\alpha_2$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\beta_0$		
۰/۰۲۴	۲/۷۰	۰/۸۳	۳/۱۹	۴/۰۶	۱۳/۱۵	۳۵/۱۹	مدل ۲	راش
۰/۱۰	۲/۷۰	۰/۸۳	-۰/۸۰	۰/۳۳	-۱/۷۵	۱۳/۱۵	مدل ۸	
۰/۰۲۵	۲/۳۲	۰/۷۰	۰/۰۱۳	۰/۳۲	۰/۱۸	۰/۹۵	مدل ۱	ممرز
۰/۰۶۹	۲/۳۰	۰/۷۰	۳/۴۶	۴/۰۷	۸/۹۰	۲۸/۹۷	مدل ۳	

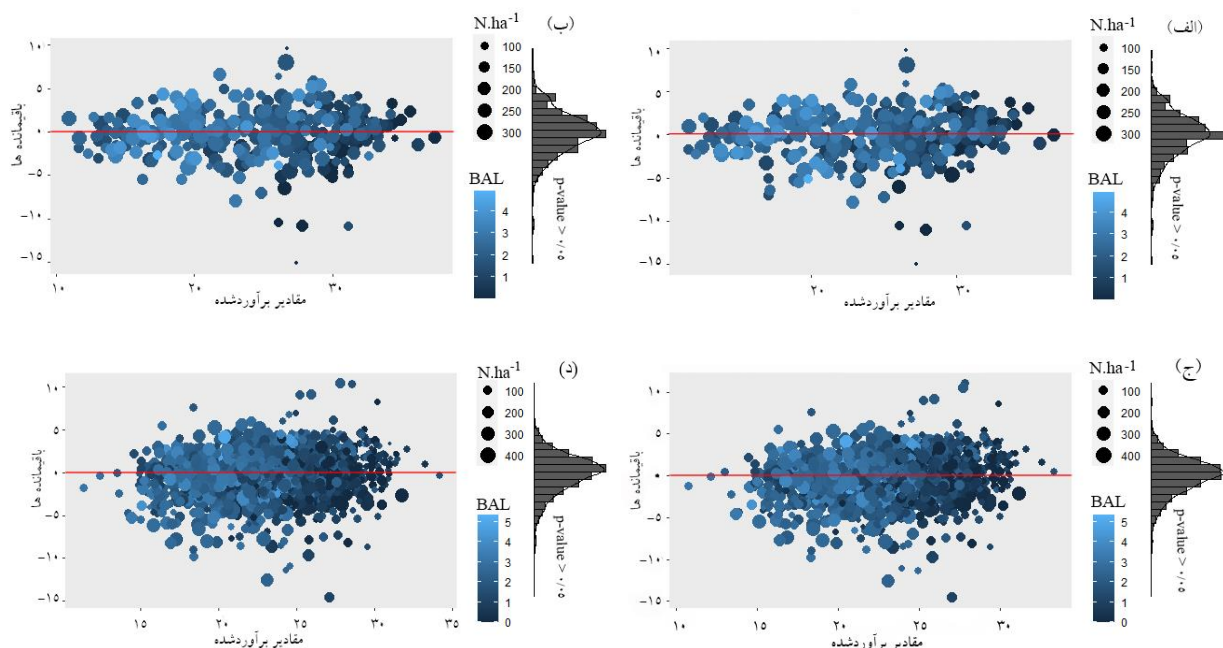


شکل ۲. مقادیر باقی مانده مدل‌های کورتیس و ناسلند ۴ برای گونه راش (الف و ب) و مدل‌های میچایلوف و ناسلند برای گونه ممرز (ج و د) با نقاط آبی باقی مانده استاندارد شده و نقاط سیاه روی خط  $y = 0$  میانگین باقی مانده‌ها در ۱۰ طبقه قطری استاندارد شده را نشان می‌دهند. خطوط عمودی باریک نشان دهنده فاصله اطمینان از مشاهدات فردی (میانگین  $\pm 1/96$  انحراف معیار) است و خطوط عمودی ضخیم (درون نقاط سیاه) نشان دهنده فاصله اطمینان ۹۵ درصد از میانگین طبقات است. خطوط ضخیمی که از خط افقی  $y = 0$  عبور نمی‌کنند با رنگ قرمز نشان داده می‌شوند.

نشان از پراکنش یکنواخت در دو سوی محور صفر و ثبات واریانس دارد (شکل ۳). همچنین تحلیل باقی مانده‌های مدل ناسلند و میچایلوف گونه ممرز نیز نتایج مشابهی داشت. به‌طور کلی نمودارها مؤید تناسب مدل‌ها هستند.

نتایج حاصل از تحلیل باقی مانده‌های مدل ناسلند ۴ و کورتیس گونه راش نشان داد که میانگین باقی مانده‌های درختان تقریباً صفر و دارای توزیع نرمال است ( $p\text{-value} > 0/05$ ) و هیستوگرام باقی مانده‌ها، چولگی ندارد و نمودار باقی مانده‌ها





شکل ۳. نمودار باقی مانده‌ها، هیستوگرام و نرمال باقی مانده‌های مدل‌های کورتیس (الف) و ناسلند (ب) برای گونه راش و مدل‌های میچایلف (ج) و ناسلند (د) برای گونه ممرز با نقاط آبی در برابر مقادیر برآورد شده ارتفاع و رابطه آنها با تعداد درختان در هکتار ( $N.ha^{-1}$ ) که با اندازه دایره مشخص می‌شود و سطح مقطع بزرگ‌ترین درختان (BAL) که با رنگ آبی مشخص شد.

رویکرد می‌تواند روشی مناسب باشد و علی‌رغم مطالعات بسیار کم در این زمینه، به جای مدل‌های غیرخطی معمول استفاده شود. امید می‌رود تحقیقات تکمیلی درباره استفاده از مدل‌های غیرخطی با اثرهای آمیخته برای دیگر گونه‌های مهم خزری و دیگر مناطق رویشی ایران و همچنین دیگر مناطق انجام گیرد تا بتوان از اطلاعات دقیق در برنامه‌ریزی مدیریت پایدار منابع جنگلی و برنامه‌های حفاظتی و به‌صورت عملیاتی در برنامه‌ریزی جنگل استفاده کرد.

### نتیجه‌گیری

نتایج نشان داد که استفاده از مدل‌های غیرخطی با اثرهای آمیخته در مقایسه با مدل‌های غیرخطی رگرسیونی موجب بهبود دقت برآورد ارتفاع درختان به‌ویژه در توده‌های ناهمسال نامنظم آمیخته می‌شود و مدل‌های غیرخطی با اثرهای آمیخته با در نظر گرفتن متغیرهای تصادفی سطح توده افزون بر حفظ رابطه قطر-ارتفاع، موجب بهبود دقت مدل‌ها می‌شوند و این مدل‌ها تغییرات توده را به‌خوبی نشان می‌دهند؛ بنابراین این

### References

- [1]. FAO, (2020). The State of the World's Forests, FAO, 46pp.
- [2]. IUFRO, (2004). Improvement and Silviculture of Beech. In: Proceedings of the 7th International Beech Symposium. Tehran, 10.-20. Tehran, Research Institute of Forests and Rangelands: 186.
- [3]. Alemi, A., Oladi, J., Fallah, A., and Maghsodi, Y. (2021). Evaluating of Different Height-Diameter Nonlinear Models for Hornbeam in Uneven-Aged Stands (Case Study: Golestan Rezaeian Forest). Ecology of Iranian Forest, 8(16): 29-38.
- [4]. Gadow, K., Real, P., and Álvarez-González, J.G. (2001). Modelización del crecimiento y la evolución de los bosques. IUFRO World Series vol. 12. Vienna, Austria.

- [5]. Castano-Santamaria, J., Crecente-Campo, F., Fernandez-Martinez, J.L., Barrio-Anta, M., and Obeso, J.R. (2013). Tree height prediction approaches for uneven-aged beech forests in northwestern Spain. *Forest Ecology and Management*, 307: 63-73.
- [6]. Dorado, F.C., Diéguez-Aranda, U., Anta, M.B., Rodríguez, M.S., and von Gadow, K. (2006). A generalized height-diameter model including random components for radiata pine plantations in northwestern Spain. *Forest Ecology and Management*, 229(1-3): 202-213.
- [7]. Curtis, R.O. (1967). Height-diameter and height-diameter-age equations for second-growth *Douglas-fir*. *Forest Science*, 13(4): 365-375.
- [8]. Mehtätalo, L., de-Miguel, S., and Gregoire, T.G. (2015). Modeling height-diameter curves for prediction. *Canadian Journal of Forest Research*, 45(7): 826-837.
- [9]. Trincado, G., VanderSchaaf, C.L., and Burkhart, H.E. (2007). Regional mixed-effects height-diameter models for loblolly pine (*Pinus taeda* L.) plantations. *European Journal of Forest Research*, 126(2): 253-262.
- [10]. Adame, P., del Río, M., and Canellas, I. (2008). A mixed nonlinear height-diameter model for pyrenean oak (*Quercus pyrenaica* Willd). *Forest Ecology and Management*, 256(1-2): 88-98.
- [11]. Özçelik, R., Cao, Q.V., Trincado, G., and Göçer, N. (2018). Predicting tree height from tree diameter and dominant height using mixed-effects and quantile regression models for two species in Turkey. *Forest Ecology and Management*, 419: 240-248.
- [12]. Temesgen, H., Zhang, C.H., and Zhao, X.H. (2014). Modelling tree height-diameter relationships in multi-species and multi-layered forests: a large observational study from Northeast China. *Forest Ecology and Management*, 316: 78-89.
- [13]. Bronisz, K., and Mehtätalo, L. (2020). Mixed-effects generalized height-diameter model for young silver birch stands on post-agricultural lands. *Forest Ecology and Management*, 460: 117901.
- [14]. Ahmadi, K., and Alavi, S.J. (2016). Generalized height-diameter models for *Fagus orientalis* Lipsky in Hyrcanian forest, Iran. *Journal of forest science*, 62(9): 413-421.
- [15]. Kalbi, S., Fallah, A., Bettinger, P., Shataee, S., and Yousefpour, R. (2018). Mixed-effects modeling for tree height prediction models of *Oriental beech* in the Hyrcanian forests. *Journal of Forestry Research*, 29(5): 1195-1204.
- [16]. Abedi, R., and Abedi, T. (2020). Some non-linear height-diameter models performance for mixed stand in forests in Northwest Iran. *Journal of Mountain Science*, 17(5): 1084-1095.
- [17]. Doctor Bahramnia Forestry Plan district one. (2008). Forest Science Faculty, Gorgan university of Agricultural Sciences and Natural Recourses, 478p.
- [18]. Mohammadi, J., and Shataee, S. (2017). Study of different height-diameter models for hornbeam (*Carpinus betulus* L.) in uneven-aged stands of Shastkalateh forest of Gorgan. *Iranian Journal of Forest and Poplar Research*, 24(4): 700-712
- [19]. Sharma, R.P., Vacek, Z., and Vacek, S. (2016). Nonlinear mixed effect height-diameter model for mixed species forests in the central part of the Czech Republic. *Journal of Forest Science*, 62(10): 470-484.

## Estimation beech (*Fagus Orientalis L*) and hornbeam (*Carpinus betulus L*) trees height using nonlinear models and mixed-effects model

Neda Masoudi; M.Sc. Student, Faculty of Forest Sciences, Gorgan University of Agricultural Sciences and Natural Resources, Gorgan, I. R. Iran.

Jahangir Mohammadi\*; Assist., Prof., Faculty of Forest Science, Gorgan University of Agricultural Sciences and Natural Resources, Gorgan, I. R. Iran.

(Received: 10 April 2021, Accepted: 04 Auguste 2021)

### ABSTRACT

The aim of this study was to develop the Mixed-effects model and compare it with nonlinear models for estimating beech (*Fagus Orientalis* Lipsky) and hornbeam (*Carpinus betulus L.*) heights in the Shast-kalateh forests (district 1 and 2) of Gorgan. We applied a systematic sampling method to collect field data within a 150×200 m network (308 circular plots) and in each plot, tree species were identified, and height and diameter at breast height (DBH) of all trees were measured. Model fitting was done in two stages: Fixed-effect approach was used in the first stage wherein candidate models where height (dependent variable) and DBH (independent variable). These were refitted in the second stage using mixed-effect approach. Adjusted coefficient of determination and root mean square error, were used to assess the models. The results of fitting nonlinear models showed that for the beech, Curtis and Naslund models had the highest coefficient of determination of 0.76 and the lowest root mean square error of 3.35 and 3.40, respectively. For hornbeam, Naslund and Michailoff models with the coefficient of determination of 0.40 and the root mean square error of 2.95 and 2.90 were selected as the best models. The results of nonlinear mixed effects model showed that the  $R^2$  for beech and hornbeam species increased by 10% and 30% respectively, and the RMSE improved about 0.65 for beech and 0.6 for hornbeam.

**Keywords:** *Fagus orientalis* Lipsky, *Carpinus betulus L*, height-diameter models, Michailioff, Naslund, Shastkalateh.

---

\*Corresponding Author, mohamadi.jahangir@gau.ac.ir, Tel:09365051629.