

## مقایسه تابع‌های $K$ رایبلی، همبستگی جفتی و $O$ -ring در تحلیل الگوی مکانی درختان کنار (*Ziziphus spina-christi*) در استان فارس

سید یوسف عرفانی فرد<sup>۱\*</sup>، فرنوش نظیری<sup>۲</sup>

۱. دانشیار، بخش منابع طبیعی و محیط زیست، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شیراز، شیراز

۲. کارشناسی ارشد، بخش منابع طبیعی و محیط زیست، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شیراز، شیراز

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۰۶/۱۸، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۰۲/۰۱

### چکیده

درک فرآیندهای نهفته در الگوی مکانی درختان یک هدف مهم در بوم‌شناسی جنگل است که نخستین گام در شناسایی این الگوهای مکانی، استفاده از آماره‌های اختصاری مناسب است. این پژوهش با هدف مقایسه چهار آماره اختصاری درجه دوم تک‌متغیره (تابع‌های  $K$  رایبلی،  $L$  همبستگی جفتی و  $O$ -ring) در تحلیل الگوی مکانی درختان کنار (*Ziziphus spina-christi*) در استان فارس انجام شد. تمام درختان با ارتفاع بیش از یک متر در یک قطعه نمونه  $200 \times 200$  مترمربعی نقشه‌برداری شدند. دو الگوی نقطه‌ای دیگر با تراکم مشابه و توزیع مکانی متفاوت از الگوی واقعی نیز ساخته شدند. مقایسه با فرایند پواسون همگن نشان داد که الگوی مشاهده شده درختان فاقد ناهمگنی مکانی بود. نتایج نشان داد که دو تابع  $K$  و  $L$  به دلیل ماهیت تجمعی‌شان، کپه‌ای بودن درختان کنار در مقیاس‌های مکانی مختلف را چنانچه دو تابع همبستگی جفتی و  $O$ -ring نشان دادند، شناسایی نکردند. همچنین دامنه پراکندگی درختان به دست آمده از دو تابع  $K$  و  $L$  (۲۰ متر) با نتایج دو تابع همبستگی جفتی و  $O$ -ring (۱۱ متر) مطابقت نداشت. مقایسه میانگین مربعات خطا نیز نشان داد که آماره  $O$ -ring دارای حداقل مقدار خطا در مقایسه با تابع‌های همبستگی جفتی،  $L$  و  $K$  در هر سه قطعه نمونه بود. به‌طور کلی، دو تابع همبستگی جفتی و  $O$ -ring از دقت و کارایی بیشتری نسبت به تابع‌های  $K$  و  $L$  در تحلیل الگوی درختان کنار در این پژوهش برخوردار بوده‌اند.

واژگان کلیدی: تابع  $K$  رایبلی، آماره  $O$ -ring، تابع همبستگی جفتی، کنار، میانگین مربعات خطا.

### مقدمه

دستیابی به اطلاعات نهفته در الگوی پراکنش درختان در یک توده از جنگل، امکان تشریح ساختار مکانی پیچیده آنها را به‌طور دقیق فراهم می‌کند. برای این منظور به آماره‌های اختصاری<sup>۱</sup> نیاز است که می‌توانند ویژگی‌های آماری یک الگوی پراکنش را به صورت کمی بیان کرده و در واقع، تنها راهکار کشف ساختار مکانی الگوی مورد نظر هستند [۱]. در

سالهای اخیر آماره‌های اختصاری مختلفی برای توصیف روابط مکانی نقاط ارائه شده که در بوم‌شناسی جنگل نیز کاربرد زیادی پیدا کرده‌اند. انتخاب آماره اختصاری مناسب، نخستین گام در تحلیل الگوی مکانی درختان در یک توده از جنگل است که آگاهی از ویژگی‌های مثبت و منفی آنها در انتخاب آماره بهینه تأثیر بسزایی دارد.

پرکاربردترین و شناخته‌شده‌ترین آماره اختصاری درجه دوم<sup>۲</sup> در مطالعات بوم‌شناسی مکانی جنگل، تابع  $K$

\* نویسنده مسئول، تلفن: ۰۷۱-۳۶۱۳۸۱۶۲

Email: erfani@shirazu.ac.ir

1. Summary statistics

2. Second-order

هدف از این پژوهش مقایسه چهار آماره اختصاری درجه دوم تک‌متغیره (تابع‌های  $L, K, g$  و  $O$ ) در شرایط مشابه برای تشریح الگوی مکانی درختان کنار در ناحیه رویشی خلیج و عمانی است تا کارایی هر کدام و همینطور تفاوت‌های ساختاری آنها مورد بحث قرار گیرد. نتایج این بررسی به پژوهشگران کمک می‌نماید در تحقیقات آتی، با توجه به هدف از آماره‌های اختصاری مناسب استفاده نمایند.

### مواد و روشها

#### منطقه مورد بررسی

این پژوهش در جنوب استان فارس و در یک توده حفاظت شده از درختان کنار (*Ziziphus spina-christi* (L.) Wild.) در فاصله حدود ۵۰ کیلومتری جنوب شرقی حاجی‌آباد، مرکز شهرستان زرین‌دشت با موقعیت  $28^{\circ} 28' 59''$  شرقی و  $54^{\circ} 54' 12''$  طول شرقی و  $28^{\circ} 28' 59''$  عرض شمالی و ارتفاع از سطح دریای ۱۱۸۳ متر انجام شد. اقلیم منطقه گرم و خشک با میانگین دمای سالیانه  $22/1$  درجه سانتی‌گراد و متوسط بارندگی سالیانه  $257/4$  میلی‌متر در سال بوده (آمار ۱۳۷۴ تا ۱۳۸۹ ایستگاه سینوپتیک داراب) که بخش عمده آن، در نیمه دوم سال و به صورت باران است. یک قطعه نمونه با ابعاد  $200 \times 200$  مترمربع که به صورت کاملاً همگن و بدون تغییرات ارتفاعی بوده، از توده مذکور انتخاب شد و موقعیت مکانی تک تک درختان دارای ارتفاع بیش از ۱ متر با استفاده از روش آزمون و فاصله ثبت شد.

#### بررسی همگنی درختان کنار

در نخستین گام از تحلیل الگوی مکانی، توزیع آماری پواسون همگن بر توزیع مکانی درختان کنار در قطعه نمونه آماربرداری شده، برآزش داده شده و معنی‌داری اختلاف این دو توزیع از طریق آزمون نیکویی برآزش کولموگروف-اسمیرنوف ارزیابی شد [۲، ۸]. برای آزمون اختلاف دو توزیع اشاره شده از نرم‌افزار MATLAB نسخه 10.0 استفاده شد.

رایبلی ( $K(r)$ ) است [۲]. با توجه به دشواری در تحلیل تابع  $K$ ، متخصصین آمار مکانی تابع  $L$  ( $L(r)$ ) را پیشنهاد کردند که شکل تبدیل شده خطی تابع  $K$  بوده و تفسیر آن ساده‌تر از تابع  $K$  است. تابع‌های  $K$  و  $L$  برای بررسی الگوی مکانی درختان در جنگل در پژوهش‌های داخل [۳-۵] و خارج از کشور [۶، ۷] به کار رفته‌اند. یکی از ویژگی‌های منفی تابع  $K$  و شکل تغییر یافته آن یعنی تابع  $L$ ، این است که این تابع‌ها به صورت تجمعی هستند و تغییرات در فاصله کم سبب دشواری در تفسیر الگوی مکانی در فاصله زیاد می‌شود [۲]. به همین دلیل، دو تابع درجه دوم همبستگی جفتی<sup>۱</sup> ( $g(r)$ ) و  $O$ -ring ( $O(r)$ ) طراحی شدند که ارزیابی بهتر تغییرات الگوی مکانی را در مقیاس‌های مختلف امکان‌پذیر می‌کنند. یکی از ویژگی‌های برجسته و مهم نمودار به دست آمده از دو تابع  $O$  و  $g$  این است که برخلاف دو تابع  $K$  و  $L$ ، دامنه و اندازه کپه‌ای و پراکنده بودن الگوی نقطه‌ای مورد بررسی را نشان می‌دهند [۲، ۸]. اگرچه استفاده از دو تابع  $O$  و  $g$  چندین توسعه نیافته ولی برخی از پژوهشگران داخل یا از این تابع‌ها استفاده کرده [۹، ۱۰] و یا آن را توصیه نمودند [۱۱] و در خارج از ایران [۱۲، ۱۳] برای تحلیل ساختار مکانی جنگل از آنها استفاده کرده‌اند. تأیید قابلیت‌ها و ناکارآمدی تابع‌های درجه دوم تک‌متغیره  $K, L, g$  و  $O$  در تحلیل الگوی مکانی درختان با مقایسه همزمان این آماره‌های اختصاری در بررسی ساختار مکانی یک منطقه مشابه امکان‌پذیر است. بنابراین ضروری به نظر می‌رسد که با بررسی نحوه عملکرد این چهار آماره اختصاری درجه دوم پرکاربرد در شرایط یکسان و در تحلیل الگوهای مکانی متفاوت (کپه‌ای، تصادفی، پراکنده)، کارایی و ویژگی‌های مثبت و منفی آنها مشخص شده و نتایج به دست آمده به‌لحاظ صحت مورد ارزیابی قرار گیرند.

## شبیه‌سازی توده درختان کنار

به منظور بررسی کارایی آماره‌های اختصاری اشاره شده در الگوهای مکانی مختلف، با استفاده از توزیع‌های آماری مناسب، توزیع درختان کنار با الگوهای مکانی دیگر با تعداد درخت مساوی و در یک محدوده با مساحت و شکل مشابه شبیه‌سازی شدند. برای این منظور از دو توزیع آماری پواسون برای پراکنش تصادفی و دو جمله‌ای برای پراکنش کپه‌ای یا پراکنده (با توجه به الگوی مکانی واقعی) استفاده شد.

## روش پژوهش

## آماره‌های اختصاری

نخستین آماره مورد بررسی، تابع  $K$  رایبلی یک آماره اختصاری درجه دوم است که بیانگر تراکم درختان قرار گرفته تا فاصله  $r$  از هر درخت در الگوی نقطه‌ای مکانی مورد مطالعه است (رابطه ۱) [۲، ۸].

$$K(r) = \frac{a}{n(n-1)} \sum_i \sum_j I(e_{ij}) \quad (1)$$

در رابطه ۱،  $r$  مقدار فاصله از نقطه تصادفی،  $a$  مساحت منطقه مورد نظر،  $n$  تعداد درختان،  $I$  تعداد درختان در فاصله  $r$  و  $e_{ij}$  روش تصحیح اثر حاشیه‌ای است. در یک الگوی تصادفی، مقدار تابع  $K$  رایبلی برابر با  $\pi r^2$  است. برای یک الگوی پراکنده به دلیل تراکم کم نقاط همسایه، مقدار تابع  $K$  کمتر از  $\pi r^2$  و برای یک الگوی کپه‌ای به دلیل تراکم بیشتر نقاط همسایه، مقدار تابع  $K$  بیشتر از  $\pi r^2$  است. با توجه به دشواری تحلیل نتایج تابع  $K$  رایبلی، تابع  $L$  (رابطه ۲) به کار رفت که شکل تبدیل شده خطی تابع  $K$  رایبلی بوده و با افزایش  $r$  به صورت خطی افزایش پیدا می‌کند. پژوهشگران بوم‌شناسی مکانی در حوزه جنگل نیز از تابع  $L$  به جای تابع  $K$  استفاده می‌کنند [۳، ۶، ۷].

$$L(r) = \sqrt{\frac{K(r)}{\pi}} - r \quad (2)$$

مقدار تابع  $L$  برای یک الگوی مکانی تصادفی برابر صفر است. بیشتر بودن این تابع از صفر بیانگر الگوی مکانی کپه‌ای و کمتر بودن آن نشان‌دهنده الگوی مکانی پراکنده است. همچنین تابع  $g$  بیانگر تعداد نقاط در فاصله  $r$  در یک الگوی مورد نظر نسبت به یک الگوی تصادفی است. در یک الگوی مکانی، مقدار تابع  $g$  از رابطه (۳) به دست می‌آید [۲].

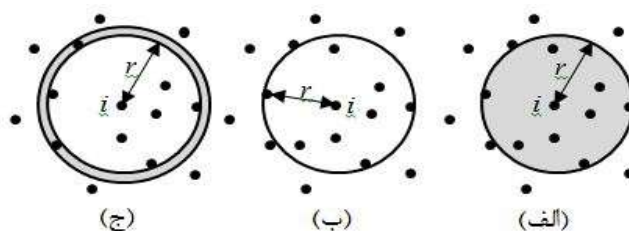
$$g(r) = \frac{dK(r)}{(\pi r r)(dr)} \quad (3)$$

در رابطه ۳،  $dK(r)$  و  $dr$  مشتق تابع  $K$  و  $r$  هستند. مقدار این تابع برای یک الگوی مکانی تصادفی برابر یک است. بیشتر بودن این تابع از یک بیانگر الگو مکانی کپه‌ای و کمتر بودن آن نشان‌دهنده الگوی مکانی پراکنده است. تابع  $O$  بر پایه تابع  $g$  قرار گرفته با این تفاوت که به جای اندازه‌گیری تعداد نقاط در فاصله  $r$ ، نقاط داخل حلقه‌ای با عرض معین و با شعاع  $r$  شمارش می‌شوند. برای محاسبه تابع  $O$  از رابطه ۴ استفاده می‌شود [۱۴].

$$O(r) = \lambda g(r) \quad (4)$$

در رابطه ۴،  $\lambda$  تراکم نقاط در الگوی مورد بررسی است. مقدار این تابع برای یک الگوی تصادفی برابر تراکم نقاط ( $\lambda$ ) است. بیشتر بودن این تابع از تراکم بیانگر الگو مکانی کپه‌ای و کمتر بودن آن نشان‌دهنده الگوی مکانی پراکنده است.

به طور کلی، مهم‌ترین علت تفاوت بین نتایج دو تابع  $K$  و  $L$  با دو تابع  $g$  و  $O$  این است که در گروه اول، تمام نقاط تا فاصله  $r$  از نقطه مورد نظر ( $i$ ) شمارش می‌شوند (شکل ۱-الف) در حالیکه در تابع  $g$  تنها نقاطی شمارش می‌شوند که در فاصله  $r$  از نقطه مورد نظر ( $i$ ) هستند (شکل ۱-ب) و در تابع  $O$  تعداد نقاط، در یک حلقه با شعاع  $r$  و عرض مشخص (عرض حلقه یک در این پژوهش [۱۴]) شمارش می‌شوند (شکل ۱-ج) [۲، ۱۴].



شکل ۱. نحوه محاسبه تعداد نقاط در تابع K و L (الف)، تابع g (ب) و تابع O (ج) (شکل از نگارندگان).

### بررسی صحت و دقت نتایج

صحت نتایج هر یک از آماره‌های اختصاری (تابع‌های K, L, g و O) با استفاده از آزمون آماری مونت کارلو بررسی شدند. برای این منظور، از این آزمون برای شبیه‌سازی بازه تصادفی با ۱۹۹ تکرار و در سطح ۰/۰۵ در هر یک از توده‌ها و برای هر یک از آماره‌ها استفاده شد. علاوه بر آزمون آماری، دقت برآوردهای انجام شده به وسیله هر یک از آماره‌ها باید مورد ارزیابی قرار گیرند که معمولاً این کار با محاسبه میانگین مربعات خطا<sup>۱</sup> (رابطه ۵) انجام می‌شود.

$$MSE(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta} - \theta)^2 \quad (5)$$

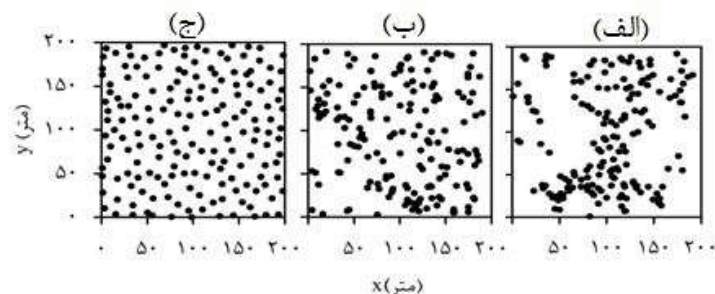
در رابطه ۷،  $\hat{\theta}$  مقدار واقعی آماره اختصاری مورد استفاده،  $\theta$  مقدار برآورد شده آن و E امید ریاضی است [۲، ۸].

### نتایج و بحث

نتایج آماربرداری نشان داد که ۱۷۲ درخت کنار با میانگین ارتفاع ۲/۶۳ متر (±۰/۷۴) و میانگین مساحت تاج ۴۵/۰۹ مترمربع (±۳۶/۰۳) و تراکم ۴۳ درخت در هکتار (۰/۰۰۴۳)

درخت در مترمربع) در منطقه بررسی حضور داشتند (شکل ۲-الف). همچنین نتایج آزمون کولموگروف-اسمیرنوف (جدول ۱) نشان داد که توزیع درختان کنار در قطعه نمونه از توزیع پواسون همگن پیروی می‌کردند (تأیید فرض صفر) به نحوی که مقدار آماره D آزمون برابر با ۰/۰۱۰۹ شده که از مقدار D جدول در سطح ۰/۰۵ (۰/۱۱۰۶) کمتر بوده که مقدار p-value (۰/۱۲۳۰) نیز این موضوع را تأیید کرد.

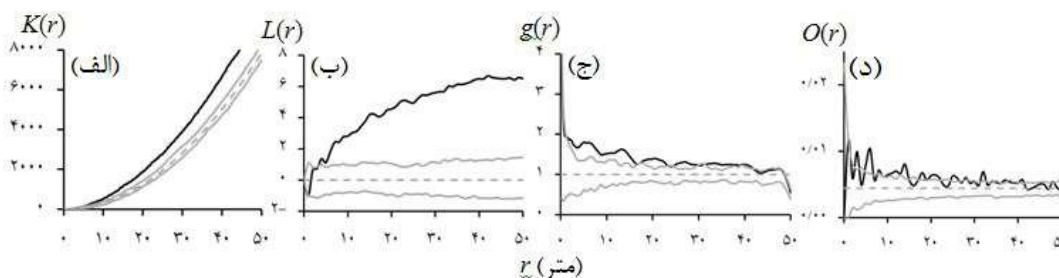
از آنجایی که نتایج آماره‌های اختصاری نشان داد که درختان کنار با آرایش کپه‌ای در قطعه نمونه توزیع شده‌اند (شکل ۳)، دو قطعه نمونه دیگر با آرایش تصادفی و پراکنده شبیه‌سازی شدند (شکل ۲-ب و ج). نتایج آزمون کولموگروف-اسمیرنوف نشان داد که درختان در هر سه قطعه نمونه از توزیع همگن پیروی می‌کردند (جدول ۱). ضرورت بررسی همگنی درختان در یک محدوده پیش از بررسی الگوی مکانی آنها در مطالعات پیشین نیز مورد تأکید قرار گرفته است [۱۵].



شکل ۲. پراکنش مکانی درختان کنار در منطقه مورد بررسی با توزیع کپه‌ای (الف)، توده‌های شبیه‌سازی شده با توزیع تصادفی (ب) و پراکنده (ج).<sup>۱</sup>

جدول ۱. نتایج آزمون کولموگروف اسمیرنوف در برازش توزیع پواسون همگن بر توزیع درختان در قطعه نمونه‌ها.

توده مورد بررسی	آماره آزمون	آماره جدول	مقدار $p$
کنار (کپه‌ای)	۰/۰۱۰۹	۰/۱۱۰۶	۰/۱۲۳۰
تصادفی	۰/۰۴۵۷	۰/۱۱۰۶	۰/۴۴۸۵
پراکنده	۰/۰۴۴۵	۰/۱۱۰۶	۰/۸۸۴۴

شکل ۳. تغییرات پراکنش کپه‌ای درختان کنار در منطقه مطالعاتی با تابع‌های  $K$  (الف)،  $L$  (ب)،  $g$  (ج) و  $O$  (د). خط سیاه تابع مشاهده شده، خطوط خاکستری بازه شبیه‌سازی مونت کارلو (۱۹۹ تکرار) و خط چین حالت پیش فرض است.

ویژگی‌های برجسته و مهم دو تابع  $g$  و  $O$  این است دامنه و اندازه کپه‌ای و پراکنده بودن الگوی نقطه‌ای را در هر فاصله  $r$  نشان می‌دهند [۲، ۸]. این ویژگی در پژوهش حاضر تأیید شده و در دیگر پژوهش‌ها نیز برای تفسیر تغییرات توزیع درختان در یک محدوده به کار رفته است [۹، ۱۲]. بر خلاف دیگر آماره‌ها، یک نتیجه مهم دیگر که تابع  $g$  ارائه می‌کند این است که به عنوان مثال در فاصله ۲ متر از هر درخت کنار، تراکم درختان همسایه  $1/8$  برابر بیشتر از تراکم درختان همسایه در الگوی تصادفی بود.

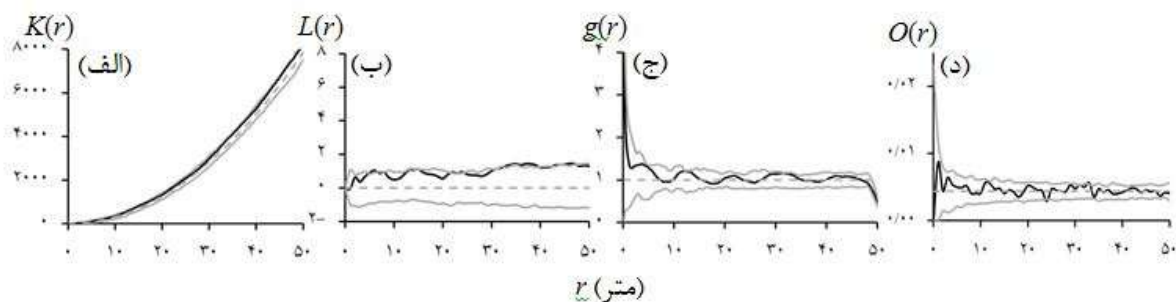
در شکل ۴ دو تابع  $K$  و  $L$  توزیع تصادفی درختان را در فاصله کم تشخیص دادند هرچند تابع  $L$  در فاصله ۶ متر، توزیع را کپه‌ای نشان داد. همچنین هر دو تابع، با افزایش فاصله به سمت کپه‌ای بودن تمایل داشتند به نحوی که تابع  $L$  در فاصله ۳۲ تا ۳۹ متر حالت کپه‌ای را برای آرایش تصادفی نشان داد. این در حالی است که دو تابع  $g$  و  $O$  توزیع تصادفی نقاط را در محدوده شبیه‌سازی شده نشان دادند. البته لازم با ذکر است که در صورت انتخاب عرض نامناسب برای حلقه در تابع  $O$ ، امکان تشخیص فاصله‌های خاص را از دست می‌دهد و به شدت به اندازه بهینه حلقه وابسته است [۱۵].

نتایج استفاده از آماره‌های اختصاری بیانگر کپه‌ای بودن درختان کنار در توده مورد مطالعه در سطح  $0/05$  است (شکل ۳). تابع‌های  $K$  و  $L$  نشان دادند که با افزایش فاصله، شدت کپه‌ای بودن درختان کنار افزایش یافت. یکی از ویژگی‌های منفی تابع  $K$  رایپلی و شکل تغییر یافته آن یعنی تابع  $L$  این است که این تابع‌ها به صورت تجمعی هستند و موجب می‌شود که با افزایش  $r$  مقدار تابع افزایش یافته و الگوی مکانی در فواصل بیشتر مشخص نباشد [۲، ۱۵]. مطالعات گذشته نیز ناتوانی تابع‌های  $K$  و  $L$  تک‌متغیره در شناسایی الگوهای مکانی در مقیاس فاصله را به دلیل تجمعی بودن این تابع‌ها تأیید کردند [۱۳] که با نتایج این پژوهش مطابق است هرچند کارایی تابع‌های  $K$  و  $L$  دو متغیره تأیید شده‌اند [۳].

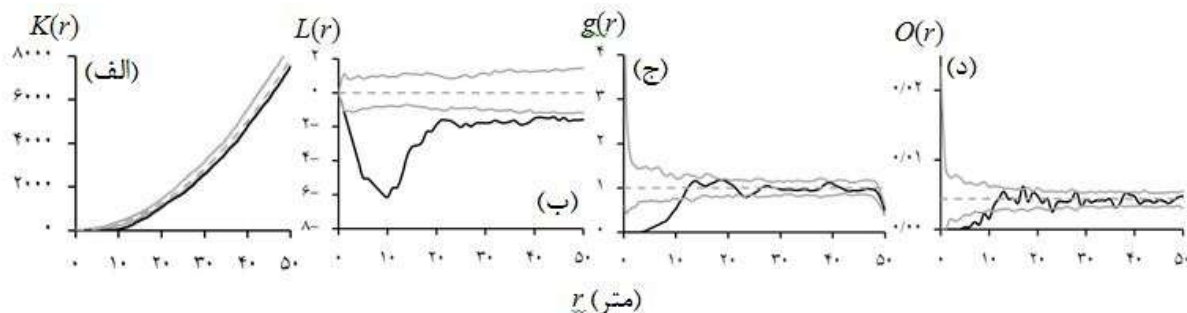
این در حالی است که تابع  $g$  نشان داد درختان از فاصله ۱۶ متر به حالت تصادفی نزدیک شدند. تابع  $O$  به‌طور جزئی‌تر نشان داد که در همان ۱۶ متر اول، درختان در مقیاس فاصله ۳ تا ۵، ۷ تا ۹ و ۱۵ تا ۱۶ متر حالت تصادفی داشته و در بقیه موارد کپه‌ای بودند. اگرچه کپه‌ای بودن درختان در فاصله ۳ متر در دو تابع  $g$  و  $O$  تأیید شده ولی تابع  $L$  آرایش درختان در این فاصله را تصادفی نشان داد. یکی از

در مقیاس فاصله در پژوهش‌های پیشین نیز [۹، ۱۰] مانند این پژوهش مورد تأیید قرار گرفته است. ارزیابی دقت نتایج به دست آمده با استفاده از میانگین مربعات خطا نشان داد که در قطعه نمونه واقعی و قطعه نمونه‌های شبیه‌سازی شده، تابع  $K$  به‌طور قابل ملاحظه‌ای از دقت بسیار کمی برخوردار بود. از بین سه آماره دیگر، تابع  $L$  در هر سه قطعه نمونه با توزیع‌های مختلف نتایج ضعیف‌تری نسبت به دو تابع  $g$  و  $O$  ارائه کرده و دقیق‌ترین نتایج برای هر سه توزیع مکانی مربوط به تابع  $O$  بود (جدول ۲). نتایج میانگین مربعات خطا نیز بر قابلیت بیشتر دو تابع  $g$  و  $O$  نسبت به دیگر آماره‌ها در تحلیل الگوی مکانی درختان کنار در این مطالعه تأکید دارد که با مطالعات گذشته [۹، ۱۴] مطابقت دارد.

در شکل ۵ ملاحظه می‌شود که تابع  $K$  و  $L$  حالت پراکنده درختان را نشان دادند ولی در هر دو تابع، پس از فاصله ۲۰ متر اول درختان به حالت تصادفی نزدیک شدند، هرچند در تابع  $L$  به هیچوجه حالت تصادفی در فاصله بعد از ۲۰ متر نشان داده نشد. در حالیکه دو تابع  $g$  و  $O$  نشان دادند که درختان در ۱۱ متر اول حالت پراکنده داشته و پس از آن به‌طور معنی‌داری (در سطح ۰/۰۵) پراکندگی از بین رفته و درختان از توزیع تصادفی برخوردار شدند. اگرچه از دو تابع  $K$  و  $L$  در پژوهش‌های قبلی استفاده شده است [۴، ۱۱]، تناقض بین نتایج حاصل از این دو تابع با دو تابع  $g$  و  $O$  و ناتوانی دو تابع  $K$  و  $L$  در تشخیص تغییرات الگوی مکانی با تغییر فاصله و ناکارآمدی آنها در مطالعات قبلی نیز تأیید شده است [۱۲، ۱۳]. قابلیت تابع‌های  $g$  و  $O$  در شناسایی الگوهای مکانی



شکل ۴. تغییرات پراکنش تصادفی شبیه‌سازی شده درختان کنار با تابع‌های  $K$  (الف)،  $L$  (ب)،  $g$  (ج) و  $O$  (د). خط سیاه تابع مشاهده شده، خطوط خاکستری بازه شبیه‌سازی مونت کارلو (۱۹۹ تکرار) و خط چین حالت پیش فرض است.



شکل ۵. تغییرات پراکندگی شبیه‌سازی شده درختان کنار با تابع‌های  $K$  (الف)،  $L$  (ب)،  $g$  (ج) و  $O$  (د). خط سیاه تابع مشاهده شده در منطقه، خطوط خاکستری بازه شبیه‌سازی مونت کارلو (۱۹۹ تکرار) و خط چین حالت پیش فرض است.

جدول ۲. مقدار میانگین مربعات خطا در هر کدام از آماره‌های اختصاری مورد بررسی در هر الگوی مکانی.

$O(r)$	$g(r)$	$L(r)$	$K(r)$	الگوی مکانی
۰/۰۰۰۱۱	۰/۰۰۹	۰/۳۲۷	۶۴/۳۳۰	کنار (کپه‌ای)
۰/۰۰۰۰۵	۰/۰۲۸	۰/۰۶۹	۱۱/۲۴۹	تصادفی
۰/۰۰۰۰۸	۰/۰۱۷	۰/۱۷۹	۱۶/۲۶۵	پراکنده

### نتیجه‌گیری

تابع  $O$  در شناسایی الگوی کپه‌ای درختان کنار، علاوه بر اطلاعات ارائه شده توسط تابع  $g$  جزئیات بیشتری را در مقیاس فاصله نشان داد. بررسی میانگین مربعات خطای نتایج در منطقه مورد بررسی نیز نشان داد که دو تابع  $g$  و  $O$  بیشترین دقت را از بین چهار آماره اختصاری درجه دوم تک‌متغیره مورد بررسی داشت. آگاهی از ویژگی‌های مثبت و منفی آماره‌های اختصاری درجه دوم تک‌متغیره و تفاوت‌های ساختاری آنها در منطقه مورد بررسی این تحقیق به پژوهشگران امکان انتخاب آماره اختصاری متناسب با هدف و با حداکثر کارایی را در مطالعات آتی می‌دهد.

ارزیابی کارایی چهار آماره اختصاری پرکاربرد درجه دوم تک‌متغیره (تابع‌های  $K$ ،  $L$ ،  $g$  و  $O$ ) در تحلیل الگوی مکانی درختان کنار در استان فارس با سه توزیع کپه‌ای (واقعی)، تصادفی و پراکنده (شبیه‌سازی‌شده) در شرایط مشابه نشان داد ماهیت تجمعی در دو تابع  $K$  و  $L$  سبب شده که با افزایش فاصله، شدت توزیع کپه‌ای درختان کنار در منطقه مورد بررسی با روند افزایشی و بر خلاف واقعیت نشان داده شود. نتایج نشان داد که تابع  $g$  تغییرات کپه‌ای الگوی مکانی درختان کنار را در فاصله‌های متفاوت مشخص کرده و همچنین دامنه کپه‌ای بودن را تعیین کرد.

### References

- [1]. Law, R., Illian, J., Burslem, D.F.R.P., Gratzner, G., Gunatilleke, C.V.S., and Gunatilleke, I.A.U.N. (2009). Ecological information from spatial patterns of plants: insights from point process theory. *Journal of Ecology*, 97: 616-628.
- [2]. Illian, J., Penttinen, A., Stoyan, H., and Stoyan, D. (2008). *Statistical analysis and modelling of spatial point patterns*, John Wiley & Sons Inc., West Sussex.
- [3]. Akhavan, R., and Sagheb-Talebi, Kh. (2012). Application of bivariate Ripley's  $K$ -function for studying competition and spatial association of trees (Case study: intact Oriental beech stands in Kelardasht). *Iranian Journal of Forest and Poplar Research*, 19(4): 632-644.
- [4]. Batoubeh, P., Akhavan, R., Pourhashemi, M., and Kia-Daliri, H. (2013). Determining the minimum plot size to study the spatial patterns of Manna Oak trees (*Quercus brantii* Lindl.) using Ripley's  $K$ -function at less-disturbed stands in Marivan forests. *Iranian Journal of Forest and Wood Products*, 66(1): 27-38.
- [5]. Khanhasani, M., Akhavan, R., Sagheb-Talebi, Kh., and Vardanyan, Z.H. (2013). Spatial patterns of oak species in the Zagrosian forests of Iran. *International Journal of Biosciences*, 3(8): 66-75.
- [6]. Dagley, C.M. (2008). Spatial pattern of coast redwood in three alluvial flat old-growth forests in northern California. *Journal of Forest Science*, 54(3): 294-302.
- [7]. Piao, T., Comita, L.S., Jin, G., and Kim, J.H. (2013). Density dependence across multiple life stages in a temperate old-growth forest of northeast China. *Oecologia*, 172: 207-217.
- [8]. Stoyan, D., and Stoyan, H. (1994). *Fractals, random shapes and point fields: methods of geometrical statistics*, John Wiley & Sons Inc., West Sussex.
- [9]. Karimi, M., Pormajidian, M.R., Jalilvand, H., and Safari, A. (2012). Preliminary study for application of  $O$ -ring function in determination of small-scale spatial pattern and interaction species (Case study: Bayangan forests, Kermanshah). *Iranian Journal of Forest and Poplar Research*, 20(4): 608-621.

- [10]. Amanzadeh, B., Sagheb-Talebi, Kh., Foumani, B.S., Fadaie, F., Camarero, J.J., and Linares, J.C. (2013). Spatial distribution and volume of dead wood in unmanaged Caspian Beech (*Fagus orientalis*) forests from Northern Iran. *Forests*, 4(4): 751-765.
- [11]. Omidvar Hosseini, F., Akhavan, R., Kia-Daliri, H., and Mataji, A. (2015). Spatial Patterns and Intra-Specific Competition of Chestnut Leaf Oak (*Quercus castaneifolia*) using Ripley's *K*-function (Case study: Neka-Zalemrood forest- Sari). *Iranian Journal of Forest and Wood Products*, 68(1): 107-120.
- [12]. Chen, J., Liu, J., Yang, X., Wang, Y., and Yu, X. (2011). The structure and spatial patterns of three desert communities in the western Ordos Plateau: Implication for biodiversity conservation. *Journal of Food, Agriculture & Environment*, 9(3): 714-722.
- [13]. Churchill, D., Larson, A.J., Dahlgreen, M.C., Franklin, J.F., Hessburg, P.F., and Lutz, J.A. (2013). Restoring forest resilience: from reference spatial patterns to silvicultural prescriptions and monitoring. *Forest Ecology and Management*, 291: 442-457.
- [14]. Wiegand, T., and Moloney, K.A. (2004). Rings, circles, and null-models for point pattern analysis in ecology. *OIKOS*, 104: 209-229.
- [15]. Guo, Y., Lu, J., Franklin, S.B., Wang, Q., Xu, Y., Zhang, K., Bao, D., Qiao, X., Huang, H., Lu, Z., and Jiang, M. (2013). Spatial distribution of tree species in a species-rich subtropical mountain forest in central China. *Canadian Journal of Forest Research*, 43(9): 826-835.



## Comparison of Ripley's $K$ -, pair correlation, and $O$ -ring functions in spatial pattern analysis of Christ's thorn jujube trees (*Ziziphus spina-christi*) in Fars province

**Y. Erfanifard\***; Dept. of Natural Resources and Environment, College of Agriculture, Shiraz University, Shiraz, I.R. Iran

**F. Naziri**; M.Sc. Student, Dept. of Natural Resources and Environment, College of Agriculture, Shiraz University, Shiraz, I.R. Iran

(Received: 09 September 2014, Accepted: 21 April 2015)

### ABSTRACT

Understanding the underlying processes in spatial pattern of trees is an important goal in forest ecology. The first step in characterizing these spatial patterns is to use appropriate summary statistics. This study was aimed to compare four univariate second-order summary statistics (Ripley's  $K$ -,  $L$ -, pair correlation and  $O$ -ring functions) in spatial pattern analysis of Christ's thorn jujube trees (*Ziziphus spina-christi*) in Fars province. All individual trees with height more than 1 m were mapped in a  $200 \times 200 \text{ m}^2$  plot. Two other point patterns were also generated with similar density and different spatial distributions from the true pattern. The observed pattern of trees showed no spatial heterogeneity as compared to homogeneous Poisson process. The results showed that  $K$ - and  $L$ -functions did not reveal the clustering of Christ's thorn jujube trees in different spatial scales as shown by pair correlation function and  $O$ -ring statistic because of their cumulative structure. The range of dispersion resulted from  $K$ - and  $L$ -functions (20 m) did not conform the results of pair correlation function and  $O$ -ring statistic (11 m). Comparison of mean squared error also showed that  $O$ -ring function had the least amount compared to pair correlation,  $L$ - and  $K$ -functions in all three plots. In general, pair correlation function and  $O$ -ring statistic were more precise and efficient than  $K$ - and  $L$ -functions in analyzing the pattern of Christ's thorn jujube trees in this study.

**Keywords:** Ripley's  $K$ -function,  $O$ -ring statistic, Pair correlation function, Christ's thorn jujube, Mean squared error.

---

\* Corresponding Author, E-mail: erfanifard@shirazu.ac.ir, Tel: +98 71 36138162